

5.2.1.2.1 Mit dem Computer zur Wahrscheinlichkeit - Simulationen

Empfehlungen für den Ablauf der Veranstaltung:

Teil I: Einstieg

- Vorstellung des Méré-Problems:
Professionelle Spieler konnten aus Erfahrung ein sicheres Urteil über ihre Gewinnchancen abgeben, ohne diese mathematisch begründen zu können...
Hans Freudenthal (S.528f): „Um jemanden zu erzählen, was Mathematik ist, und was sie vermag, wählt man seine Beispiele am überzeugendsten in der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Ich tue es gerne mit Fragen, mit denen die Wahrscheinlichkeitsrechnung anfang (von unvermeidlichen Vorläufern abgesehen), mit zwei Aufgaben, die Pascal gestellt wurden, wie man sagt vom Chevalier de Méré. Es war zu jener Zeit - erfahrungsgemäß oder auf Grund von Berechnungen - offenbar bekannt, dass man vorteilhaft auf wenigstens eine Sechs in vier Würfeln mit einem Würfel wetten konnte. Es lag nahe, zu schließen, es müsse auch vorteilhaft sein, auf wenigstens eine Doppelsechs in 24 Würfeln mit zwei Würfeln zu wetten. Chevalier de Méré merkte, dass das nicht stimmte, und er soll das einen Skandal genannt haben und sich bei Pascal über die trügerische Mathematik beschwert haben.“
- Die Aktivität der Lehrerinnen und Lehrer zu Beginn der Sitzung bietet einen unterhaltsamen Start nach einem langen Arbeitstag und führt gleichzeitig vor, wie aktives Experimentieren mit einer Klasse gelingen kann.
Zunächst würfeln immer zwei Teilnehmer abwechselnd viermal mit einem Würfel, es sollen insgesamt 40 Partien sein, es wird also zunächst nur der erste Teil des Méré-Problems untersucht.
Die Partner notieren die entsprechenden absoluten und relativen Häufigkeiten in einer Tabelle.

	„mindestens eine Sechs in 4 Würfeln“ (gewonnen)	„keine Sechs in 4 Würfeln“ (verloren)
absolute Häufigkeit
relative Häufigkeit

Die Ergebnisse aller Teams werden zuletzt in einer vergleichbaren Tabelle auf einer Overhead-Folie zusammengefasst.

- Die Auswertung der Einzelergebnisse und die Summation aller Spielergebnisse zeigen, dass man von einer Gewinnchance von ungefähr 50% sprechen kann. Sind es nun etwas weniger als 50% ? Oder etwas mehr? Oder genau 50% ? Das kann man mit einer so geringen Anzahl von Spielen offenbar nicht entscheiden.

Die Ratlosigkeit am Ende der Einstiegsphase kann in der Fachgruppe und ebenfalls in der Klasse konstruktiv genutzt werden:

Eine Simulation mit Tabellenkalkulation liefert die gewünschte Erhöhung der Versuchsdurchführungen. Die Frage kann also geklärt werden ohne vorbereitend Baumdiagramme samt Pfadregeln einführen zu müssen.

Teil II: Weiterer Verlauf der Veranstaltung

Es geht hier darum, das Problem im ersten Schritt durch eine Simulation des Würfelexperimentes mit Hilfe von Tabellenkalkulation und nicht, wie gewohnt, durch die Entwicklung von Baumdiagrammen und Pfadregeln zu lösen.

Vorteile dieser Vorgehensweise:

- Der Zusammenhang der Begriffe „relative Häufigkeit“ und Wahrscheinlichkeit wird nicht formal eingeführt, stattdessen begreifen die Fachgruppenmitglieder bzw. die Schülerinnen und Schüler forschend die Aussagekraft des Gesetzes der großen Zahl.
- Die Schülerinnen und Schüler haben bei dieser Vorgehensweise die Möglichkeit ihre Kompetenzen im Umgang mit Tabellenkalkulation zu stärken.
- Die Schülerinnen und Schüler erleben in ihrem Unterricht auf diesem Weg die Mathematik als Prozess und nicht als Fertigprodukt.

Simulation:

Die Veranstaltung wird nun an den Computern fortgesetzt.

Die vorhandenen Kenntnisse und Wünsche der Fachgruppe entscheiden über den Schwerpunkt dieser Fachsitzung.

- Kennenlernen und Nachvollziehen einer Simulation eines Problems aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung mit Hilfe von Tabellenkalkulation oder
- Verändern und Anpassen einer vorgegebenen Simulation oder
- selbstständiges Entwickeln einer Simulation

Da die Vorkenntnisse der Kolleginnen und Kollegen in der Regel sehr unterschiedlich sind, was auch in Schulklassen der Fall sein kann, ist es in dieser Arbeitsphase sicher sinnvoll zu differenzieren. Dabei ist die im Anhang befindliche Tabelle „Arbeitsaufträge“ mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden eine Hilfe. Sie unterscheidet drei Gruppen, Einsteiger, Fortgeschrittene und Erfahrene, und bietet jeweils zwei unterschiedliche inhaltliche Auswahlmöglichkeiten an.

Bei einer Fachgruppe mit überwiegend geringen Kenntnissen und wenig Erfahrung im Umgang mit Tabellenkalkulationsprogrammen sollte man auf jeden Fall auf die Arbeitsaufträge für Einsteiger zurückgreifen (s. Anhang). Durch „learning by doing“ können sich die mit Tabellenkalkulation unerfahrenen Teilnehmer und Teilnehmerinnen den Möglichkeiten des Programms annähern.

Weitere Unterstützung bieten die vorbereiteten Simulationen (Excel-Dateien) im Anhang, diese sind zur Auswahl und Weiterarbeit gedacht und auf keinen Fall komplett in dieser Fachgruppensitzung zu behandeln!

Reflexion:

Aus dem folgenden Fragenkatalog können geeignete Fragen ausgewählt werden, um am Ende der Fachsitzung den Bezug zum Unterricht herzustellen und Einsatzmöglichkeiten zu diskutieren.

Würfelexperimente und Simulationen:

- Wie viele und welche Erfahrungen sollten die Schülerinnen und Schüler mit echten Würfelexperimenten haben, bevor sie mit einer Simulation arbeiten?

Tabellenkalkulation:

- In welcher Klassenstufe bietet sich eine solche Simulation an?

- Welche Kenntnisse und Erfahrungen mit der Tabellenkalkulation benötigen die Schülerinnen und Schüler für diese Arbeitsaufträge?
- Was muss ich als Lehrkraft über Tabellenkalkulation wissen?

Unterricht:

- Wie geht man im Unterricht weiter vor?
- Welche weitergehenden Fragen können Schülerinnen und Schüler mit Hilfe von Simulationen beantworten und in wieweit lässt sich das eingeführte Schulbuch dazu nutzen?
- Zu welchem Zeitpunkt lohnt sich die systematische Erfassung der Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen und Pfadregeln?

Teil III: Weiterarbeit in der Fachgruppe

Mit der Fachgruppe oder dem entsprechenden Jahrgangsstufenteam sollten möglichst konkrete Vereinbarungen zur unterrichtlichen Erprobung getroffen werden:

- Ziel bzw. Schwerpunkt klären: Vertiefung der Fähigkeiten im Umgang mit Tabellenkalkulation oder Vertiefung des stochastischen Verständnisses?
- Den zeitlichen Rahmen festlegen.
- Eine Unterrichtseinheit planen und zeitnah erproben.
- Weitere Aufgaben zum realen Würfeln und zur Simulation entwerfen.

Anmerkung zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen:

Bei der Bearbeitung dieser Inhalte mit Schülerinnen und Schülern stehen die beiden allgemeinen mathematischen Kompetenzen K5, mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, und K4, mathematische Darstellungen verwenden, im Vordergrund, da Tabellen ausgefüllt werden, mit dem mathematischen Werkzeug Tabellenkalkulation umgegangen wird und Diagramme interpretiert werden. Selbstverständlich werden auch alle weiteren Kompetenzen angesprochen, je nach Schwerpunktsetzung und Unterrichtsplanung können sich hier die Gewichtungen verschieben.

Literaturhinweise:

Hans Freudenthal, Mathematik als pädagogische Aufgabe, Band 2, Klett Studienbücher, Stuttgart, 1. Auflage 1973

Mathematik Neue Wege 9/10 Daten und Zufall, Schroedel