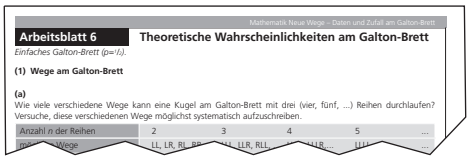
Arbeitsblätter 6-8 Tipps und Hilfen zu den einzelnen Arbeitsblättern


Mathematik Neue Wege – Daten und Zufall am Galton-Brett

Arbeitsblatt 6 **Theoretische Wahrscheinlichkeiten am Galton-Brett**

Einfaches Galton-Brett (p=½).

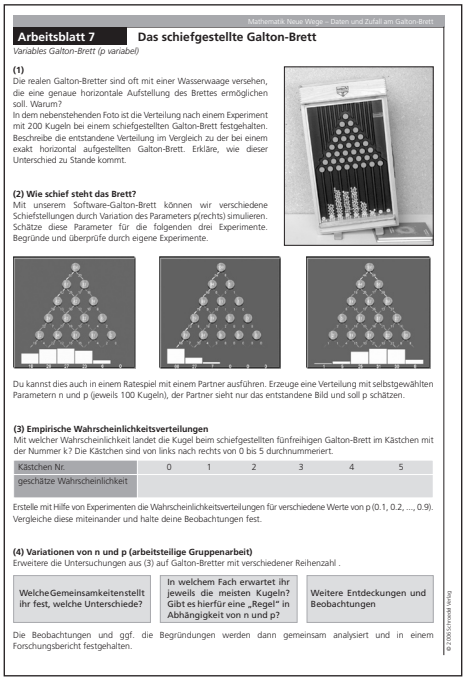
(1) Wege am Galton-Brett

(a)
Wie viele verschiedene Wege kann eine Kugel am Galton-Brett mit drei (vier, fünf, ...) Reihen durchlaufen? Versuche, diese verschiedenen Wege möglichst systematisch aufzuschreiben.

Anzahl *n* der Reihen	2	3	4	5	...
mögliche Wege	LL, LR, RL, RR	LLL, LLR, RLL, ...	LLLL, LLLR,...	LLLLL, ...	...

Arbeitsblatt 6
Theoretische Wahrscheinlichkeiten

Keine Tipps und Hilfen notwendig


Mathematik Neue Wege – Daten und Zufall am Galton-Brett

Arbeitsblatt 7 **Das schiefgestellte Galton-Brett**

Variables Galton-Brett (p variabel)

(1)
Die realen Galton-Bretter sind oft mit einer Wasserwaage versehen, die eine genaue horizontale Aufstellung des Brettes ermöglichen soll. Warum?
In dem nebenstehenden Foto ist die Verteilung nach einem Experiment mit 200 Kugeln bei einem schiefgestellten Galton-Brett festgehalten. Beschreibe die entstandene Verteilung im Vergleich zu der bei einem exakt horizontal aufgestellten Galton-Brett. Erkläre, wie dieser Unterschied zu Stande kommt.

(2) Wie schief steht das Brett?
Mit unserem Software-Galton-Brett können wir verschiedene Schiefstellungen durch Variation des Parameters p(rechts) simulieren. Schätze diese Parameter für die folgenden drei Experimente. Begründe und überprüfe durch eigene Experimente.

Du kannst dies auch in einem Ratespiel mit einem Partner ausführen. Erzeuge eine Verteilung mit selbstgewählten Parametern n und p (jeweils 100 Kugeln), der Partner sieht nur das entstandene Bild und soll p schätzen.

(3) Empirische Wahrscheinlichkeitsverteilungen
Mit welcher Wahrscheinlichkeit landet die Kugel beim schiefgestellten fünfreihigen Galton-Brett im Kästchen mit der Nummer k? Die Kästchen sind von links nach rechts von 0 bis 5 durchnummeriert.

Kästchen Nr.	0	1	2	3	4	5
geschätze Wahrscheinlichkeit						

Erstelle mit Hilfe von Experimenten die Wahrscheinlichkeitsverteilungen für verschiedene Werte von p (0.1, 0.2, ..., 0.9). Vergleiche diese miteinander und halte deine Beobachtungen fest.

(4) Variationen von n und p (arbeitsteilige Gruppenarbeit)
Erweitere die Untersuchungen aus (3) auf Galton-Bretter mit verschiedener Reihenzahl .

Welche Gemeinsamkeiten stellt ihr fest, welche Unterschiede?	In welchem Fach erwartet ihr jeweils die meisten Kugeln? Gibt es hierfür eine „Regel" in Abhängigkeit von n und p?	Weitere Entdeckungen und Beobachtungen

Die Beobachtungen und ggf. die Begründungen werden dann gemeinsam analysiert und in einem Forschungsbericht festgehalten.

© 2006 Schroedel Verlag

Arbeitsblatt 7
Das schiefgestellte Galton-Brett

zu (2): Die deutliche Abweichung von der Symmetrie bei der Verteilung am Galton-Brett mit p=½ liefert Hinweise zur Schätzung von p. Wegen der nicht allzu großen Kugelzahl (100) lohnt sich das Überprüfen der Schätzung mit mehreren Wiederholungen des Experiments oder auch der Vergleich mit einem entsprechenden Experiment mit größerer Kugelzahl (1000). Auch das Bino-Tool kann zum Vergleich und Schätzen herangezogen werden.
zu (3): Einige Fragestellungen: Wie verändert sich die Gestalt der Verteilung mit wachsendem p? Was haben die Verteilungen zu p = 0.2 und p = 0.8 gemeinsam, worin unterscheiden sie sich?
zu (4): zur Forschungsstrategie: Beobachtungen und Nachdenken führt zur Vermutung -> Die Vermutung wird durch weitere Experimente überprüft (bestätigt oder verworfen) -> für die bestätigten Vermutungen wird eine Begründung gesucht.
Zur Systematik der Variationen: jeweils einen Parameter festhalten, den anderen systematisch variieren. „Was passiert, wenn..."

Mathematik Neue Wege – Daten und Zufall am Galton-Brett

Arbeitsblatt 8 **Modellieren mit dem variablen Galton-Brett**

Variables Galton-Brett (p variabel)

(1) Glück beim Spiel

a) Kai und Ilona sind Glückskinder. Kai hat beim sechsmaligen Münzwurf genau 5-mal Wappen erzielt, Ilona hat beim sechsmaligen Würfeln viermal die 6 gewürfelt. Wer hat mehr Glück gehabt?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man beim Würfeln bei 12 Würfen keine 6 erzielt?
c) Warten auf die 6. Wie lange dauert es im Mittel, bis man die erste 6 erzielt?

(2) Noch einmal: Mädchen und Jungen in einer Mehr-Kind-Familie
Von einer Familie ist bekannt, dass sie 6 Kinder hat.

a) Welche Anzahl von Mädchen ist am wahrscheinlichsten, wenn man davon ausgeht, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Jungengeburt ½ beträgt? Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt diese Anzahl wirklich auf?
b) In umfangreichen statistischen Erhebungen hat man herausgefunden, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Jungengeburt überall auf der Welt mit p(Junge) = 0.514 etwas größer als ½ ist. Untersuche, wie sich dies auf die Fragen unter a) auswirkt.
c) Vergleiche mit dieser empirisch heraus gefundenen Wahrscheinlichkeit für eine Jungengeburt auch die Wahrscheinlichkeiten für „vier Mädchen" mit der für „vier Jungen" in einer 4-Kind-Familie.

(3) Aus der Lokalzeitung
Was hältst du von der Mitteilung des Blitz-Kuriers?

(4) multiple-choice-Test
Ein „multiple-choice-Test" besteht aus 15 Fragen, bei denen jeweils 3 Antwortmöglichkeiten gegeben sind, von den jeweils genau eine richtig ist. Der Test gilt als bestanden, wenn wenigstens 8 richtige Antworten angekreuzt werden.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man den Test ohne jedes Sachwissen durch bloßes Raten besteht?
b) Es soll mit 95% Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden, dass man den Test durch bloßes Raten besteht. Wie viele richtige Antworten muss man dann fordern?
c) Untersuche solche Fragen auch für andere multiple-choice-Tests (z.B. 20 Fragen, vier Antwortmöglichkeiten).

(5) Farbenblind
Unter 100 Menschen ist durchschnittlich einer farbenblind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer Klasse von 20 Schülern 2 oder mehr farbenblinde Schüler sind?

(6) Garantieleistung
Eine Großgärtnerei bietet Zwiebeln einer bestimmten Blumensorte in 12-er-Packungen an. Für jede Packung wird garantiert, dass mindestens 10 dieser Zwiebeln keimen. In statistischen Feldversuchen hat man herausbekommen, dass etwa 5 % der Zwiebeln nicht keimen. Mit wie vielen Ersatzpackungen muss die Gärtnerei bei 1000 verkauften Packungen rechnen?

© 2006 Schroedel Verlag

Arbeitsblatt 8
Modellieren mit dem variablen Galton-Brett

Beim Modellieren kommt es darauf an, zu der vorgegebenen Situation ein möglichst gut passendes Galton-Brett zu finden. Von besonderer Bedeutung ist hier die Wahl des geeigneten Parameters p. Die jeweiligen Fragen lassen sich dann durch die Auswertung entsprechender Simulationen am virtuellen Galton-Brett beantworten. Dabei können jedes Mal verschiedene Einstellungen am Galton-Brett hilfreich sein. Ggf. helfen auch theoretische Überlegungen weiter, ebenso der vergleichende Einsatz des Bino-Tools.

zu (1): Das Würfelexperiment wird üblicherweise durch die Ergebnisse 1, 2, 3, 4, 5, 6 beschrieben. Wenn man dies nun vergröbert auf nur zwei Ergebnisse, nämlich „6" und „keine 6", so kann das mehrmalige Würfeln durch ein Galton-Brett mit p = ⅙ simuliert werden.
zu (1c): Hier lohnt sich die Textausgabe (Protokoll der einzelnen Pfade) und die auf die Frage passende statistische Auswertung. Welche Anzahl von Reihen ist hier sinnvoll?

Überprüfung des Modells im Realexperiment:
Zur Überprüfung des im Modell gewonnenen Ergebnisses könnt ihr in der Klasse eine entsprechende Versuchsreihe ausführen und auswerten: Jeder würfelt so lange mit einem Würfel, bis er die erste 6 erzielt und notiert die Länge seiner Serie. Aus diesen Längen wird dann der Durchschnitt berechnet. Um einen besseren Durchschnittswert zu berechnen, kann jeder die Versuchsserie 5 oder 10-mal durchführen).

© 2006 Schroedel Verlag